

# Representação de modelos padrões de mortalidade

Neir Antunes Paes\*

*Não existe um consenso para determinar qual modelo de tábuas de vida é o mais apropriado para as regiões brasileiras. Uma regra geral é utilizar o sistema-modelo que seja flexível o suficiente para permitir expressar as reais características da curva de mortalidade, mas que não seja afetado pelos erros nos dados.*

Muitos métodos indiretos para estimar a mortalidade se apóiam no conhecimento, ou suposição, acerca do padrão aproximado de mortalidade por idade. Para este propósito, modelos de tábuas de vida têm sido identificados, fornecendo exemplos de típicos padrões de mortalidade por idade no mundo.

A justificativa para o uso de modelos de tábuas de vida é que os padrões de mortalidade por idade variam dentro de certos limites. As taxas de morte para diferentes grupos de idades se correlacionam umas com as outras e qualquer conjunto de taxas de morte específicas por idade mostra um padrão genericamente similar. Esta característica das taxas de mortalidade capacita-nos a prever estes relacionamentos e permite-nos gerar modelos robustos. Uma tábua de vida fornece uma descrição sumária dos efeitos das taxas de mortalidade específicas por idade sobre uma coorte de nas-

cimentos. Os modelos de tábuas de vida são idênticos às tábuas de vida comuns, exceto pelo fato de que eles não se referem a nenhum lugar e tempo determinados (Newell, 1988).

A procura por um modelo que expresse uma típica mortalidade por idade e sexo vem desde John Graunt, que em 1662 observou a regularidade numérica dos nascimentos e mortes e a uniformidade e previsão de certos fenômenos biológicos.

A configuração de qualquer gráfico das taxas de mortalidade por idade revela um padrão similar, ou seja, o gráfico inicia com altos níveis da mortalidade infantil, cai para níveis mínimos durante a infância e idades juvenis e aumenta gradualmente nas idades seguintes. No entanto, o formato preciso que adquire a curva de mortalidade depende de cada região e momento e é diferenciado entre os sexos.

---

\* Professor adjunto do Departamento de Estatística da Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Campus I, e pesquisador do CNPq.

Estas características levaram Ledermann e Breas (1959) a observar o modo como os padrões de mortalidade diferem uns dos outros. Eles perceberam que a maioria das variações pode ser explicada por cinco fatores: o nível da mortalidade; a razão da mortalidade na infância e na idade adulta; a mortalidade dos idosos; a mortalidade infantil e diferenciais da mortalidade por sexo. Os modelos de tábuas de vida propostos diferem entre si de acordo com a ênfase que dão a cada uma dessas características, permitindo ao usuário a escolha mais adequada. Entretanto, a determinação do nível da mortalidade é o mais importante, e é sobre este indicador que recai a construção dos modelos.

Os modelos de tábuas de vida podem ser classificados em três grandes grupos: analíticos, empíricos e relacionais. Nos modelos analíticos, uma fórmula teórica é construída para descrever como os processos de mortalidade ocorrem. Os modelos empíricos tentam refer os padrões de mortalidade observados nas experiências reais de várias populações. Os modelos relacionais combinam algumas das vantagens dos outros dois sistemas, mediante o uso de padrões empíricos combinados com processos de transformações governados por parâmetros que podem ter interpretações físicas.

As várias tentativas de descrever de forma matemática as variações nas distribuições dos óbitos por idade não renderam uma clara interpretação teórica. Sendo assim, a maioria dos modelos de tábuas de vida correntemente em uso depende basicamente de dados empíricos. Esta é a razão por que somente um sumário dos sistemas de modelos empíricos e relacionais é explorado nas seções subsequentes, nas quais teço considerações sobre sua adequabilidade para representar os padrões de mortalidade no Brasil – como a maioria deles baseia-se exclusivamente em populações de origem européia, eles podem não representar apropriadamente a real

experiência de mortalidade das regiões ou países em desenvolvimento.

A história da construção de modelos de tábuas de vida mostra que, até 1980, o desenvolvimento de modelos mais aperfeiçoados se apoiava em uma situação paradoxal: os dados básicos eram provenientes da experiência de mortalidade dos países europeus, exatamente aqueles países que menos necessidade tinham do uso de tais modelos.

No caso do Brasil, este problema foi discutido pela primeira vez pela FIBGE (1974). Viu-se que o padrão de mortalidade brasileiro poderia diferir do conjunto de modelos de tábuas de vida mais comumente usado, as tábuas de Coale e Demeny (1966). Usando o método da sobrevivência intercensitária durante o período 1960-70, a FIBGE (1974) criticou "o uso dos modelos de tábuas de vida na sua totalidade para estimar a esperança de vida ao nascer do Brasil, porque a sua mortalidade infantil é relativamente mais alta do que aquela indicada pelos modelos de tábuas de vida".

A necessidade de construir um modelo de tábuas de vida com a verdadeira experiência de mortalidade brasileira levou Frias e Rodrigues (1981) a propor um sistema de tábuas de vida com um parâmetro por sexo e idade.

Do mesmo modo que os modelos tradicionais de tábuas de vida, como os de Coale-Demeny e os das Nações Unidas, e o sistema logito de dois parâmetros proposto por Brass parecem ser insuficientemente flexíveis para modelar adequadamente os padrões de mortalidade observados no país, assim também parece ocorrer com o modelo proposto por Frias e Rodrigues (1981).

Dois sistemas de quatro parâmetros, Zaba (1979) e Ewbank *et al.* (1983), foram desenvolvidos para situações em que os modelos de dois parâmetros não são suficientes para ajustar os padrões de mortalidade observados. Talvez porque estes sistemas requeiram dados de

boa qualidade, eles só foram aplicados para dados brasileiros em 1993 por Paes.

A aplicação do sistema de quatro parâmetros permitiu a Paes sugerir um modelo de tábuas de vida alternativo ao proposto por Frias e Rodrigues, em que procura reproduzir a experiência de mortalidade de diferentes regiões no Brasil. Apesar dos resultados animadores desse modelo alternativo, ainda não se tem claro se existem diferentes padrões regionais de mortalidade no país, nem se os dados das regiões são confiáveis a ponto de permitirem a identificação de padrões de mortalidade específicos. Muito embora a obtenção de dados de boa qualidade seja um processo gradual, para o qual o desenvolvimento econômico é um pré-requisito, e mesmo não sendo este o caso do Brasil, justifica-se o investimento no tema.

#### Modelos empíricos de tábuas de vida – evolução e limitações

##### *Modelos convencionais*

O primeiro modelo de tábuas de vida foi construído pela Divisão de População das Nações Unidas na década de 1950 (United Nations, 1955). Desde então, pelo menos oito diferentes conjuntos

de modelos de tábuas de vida foram formulados. Apenas os clássicos serão abordados aqui.

O sistema das Nações Unidas foi desenvolvido tomando como base um grande número de tábuas de vida (158), principalmente de países desenvolvidos. No entanto, esse sistema tem algumas limitações: a base de dados usada não é muito confiável e o modelo requer apenas um parâmetro, sendo, assim, bastante inflexível e rígido.

Um grande avanço na melhora da representatividade dos modelos foi proporcionado por Coale e Demeny (1966), que construíram quatro famílias de modelos regionais de tábuas de vida por sexo usando um conjunto de 326 tábuas de vida, cada uma tabulada para os sexos masculino e feminino. A Tabela 1 descreve as principais características das quatro famílias.

Ledermann (1969) deu uma significativa contribuição para este assunto ao identificar um número mínimo de parâmetros necessários para especificar um padrão de mortalidade. Mais uma vez, no entanto, os dados básicos eram provenientes de países de origem européia. Por outro lado, o modelo, concebido mediante a análise dos componentes principais, revelou-se bastante complexo para o uso prático.

**Tabela 1**  
**Principais características do modelo de tábuas de vida de Coale e Demeny**

Características	Modelo de Tábuas de Vida			
	Norte	Sul	Leste	Oeste
Infância	Baixa	Alta (Menor de 5 Anos)	Alta	*
Adultos	Alta	Baixa	Média	*
Idosos	Baixa	Alta (Maior de 65 Anos)	Alta	*
Tábuas de Vida	9	23	31	130
Países	Escandinávia	Mediterrâneo	Europa Central	Outros países desenvolvidos e europeus

\* Este modelo representa um resíduo do qual os outros modelos se desviaram.

Evidências de que os padrões de mortalidade de muitos países diferem daqueles sugeridos pelos modelos de tábuas de vida descritos acima levaram a OECD (1980) a preparar um novo conjunto de modelos com dados de 95 países em desenvolvimento. Usando-se regressão linear, foram construídos quatro conjuntos de modelos de tábuas de vida regionais e um conjunto para o total das regiões.

As Nações Unidas (United Nations, 1982) prepararam um conjunto de tábuas de vida modelo mais refinado utilizando dados somente de países em desenvolvimento e, como metodologia, uma forma de análise de regressão mais sofisticada. Foram identificados quatro padrões de mortalidade por idade e um modelo geral. A Tabela 2 descreve as principais características destes modelos.

Do mesmo modo que os modelos de tábuas de vida propostos por Coale e Demeny podem não ser apropriados para o estudo dos padrões de mortalidade de países em desenvolvimento, dado que não tomam em consideração a diversidade dos padrões de mortalidade encontrados no mundo, assim também os dois

últimos sistemas empíricos de tábuas de vida mencionados podem não representar padrões de mortalidade específicos por idade em países que não fizeram parte de suas bases de dados.

A principal limitação do sistema-modelo das Nações Unidas diz respeito à dependência da restrita base de dados que gerou os modelos e ao modesto número de famílias de tábuas de vida identificadas – isto considerando que o sistema pretenda representar todas as possíveis experiências de mortalidade dos países em desenvolvimento. Por outro lado, os sistemas apresentam contradições quando classificam as mesmas tábuas de vida dos diversos países. Por exemplo, de acordo com o sistema de modelos da OECD, existem diferentes formas de mortalidade dentre os países da América Latina, mas a mesma conclusão não é evidente na classificação dos modelos das Nações Unidas, à exceção do Chile. Historicamente, a cobertura em ambos os sistemas-modelo é bastante pobre. O modelo latino-americano do sistema proposto pelas Nações Unidas, por exemplo, cobre o período de 1945 a 1972 e, do total de suas 13 tábuas de vida, apenas

**Tabela 2**  
**Principais características do modelo de tábuas de vida das Nações Unidas**

Características	Modelo de Tábuas de Vida				
	Latino-americano	Chileno	Sul-Asiático	Oriental	Geral
Infantil	Alta	Extremamente Alta	Alta	-	*
Infância	Alta	-	Alta (< 5)	-	*
Adultos	Alta (Jovem)	-	Baixa (Jovem)	-	*
Idosos	Baixa	-	Alta (> 55)	Muito Alta	*
Tábuas de Vida	15	3	4	9	5
Países	Colômbia, Peru, Costa Rica, México, El Salvador, Honduras, Guatemala, Sri Lanka, Filipinas, Tailândia	Chile	Índia, Bangladesh, Irã, Tunísia	Hong Kong (m), Cingapura, Coreia (m), Guiana, T. Tobago	Kuwait, Israel, H. Kong (f), R. Coreia (f)

\* Este modelo foi construído como uma média de todas as tábuas de vida, incluindo nos dados básicos cinco tábuas de vida dos países especificados.

(m) indica sexo masculino; (f) indica sexo feminino.

duas se referem ao período anterior a 1960.

### O Modelo Brasil

Usando a mesma metodologia descrita nas tábuas de Coale e Demeny, Frias e Medeiros (1981) construíram um sistema de tábuas de vida de um parâmetro separadas por sexo. O modelo foi desenvolvido tomando como referência 22 tábuas de vida regionais brasileiras para cada sexo (Tabela 3), construídas com dados sobre óbitos coletados do sistema de registros vitais. A base de dados cobre o período entre 1920 e 1970.

A despeito da importância desse trabalho em descrever o padrão de mortalidade do Brasil, e de algumas aplicações procurarem demonstrar que o modelo produz melhores ajustamentos do que os modelos clássicos (entre outros, Sawyer e Castilla (1987) e Ferreira (1987)), as seguintes observações podem ser feitas com respeito às limitações do modelo de Frias e Medeiros, as quais já foram alertadas pelos próprios autores: as tábuas de vida não são igualmente distribuídas, apresentando uma concen-

tração acentuada nos anos de 1940 e 1970 (cerca de 15 das 22 tábuas usadas); as tábuas de vida praticamente se referem às áreas urbanas; existe uma forte concentração de representações do sul e do sudeste do Brasil.

Além destas restrições feitas pelos autores, outras mais podem ser levantadas com relação às tábuas de vida da base de dados. Por exemplo: elas foram construídas usando diferentes metodologias e não são claros os ajustes nos dados básicos; nenhuma tentativa foi feita para colocá-los em uma forma padrão que permitisse uma comparabilidade temporal e regional; as taxas de mortalidade observadas para a maior parte das tábuas foram estimadas grosseiramente, sem que houvesse uma revisão das tábuas originais. Tampouco está claro que critérios foram adotados para selecionar as tábuas de vida, e como nenhuma reavaliação e análise dos dados foi realizada, permanecem dúvidas quanto à qualidade das informações básicas. O suposto geral de que não existem diferenças regionais ou temporais na estrutura de mortalidade por idade em todo o país, isto é, o suposto de que as únicas diferenças são devidas ao nível total, é muito forte.

**Tabela 3**  
Tábuas de vida usadas no Modelo Brasil por regiões

Região	Ano				
	1920	1940	1950	1960	1970
Belém	1				1
Belo Horizonte	1			1	2
Curitiba				1	1
Distrito Federal	1	1	1	1	5
Distrito Federal e Municípios	1				1
Estado de São Paulo		1	1	1	3
Município de São Paulo	1	1			2
Niterói				1	1
Porto Alegre	1			1	2
Recife	1				1
Salvador	1			1	2
Vitória				1	1
<b>Total</b>	<b>2</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>8</b>	<b>22</b>

Embora útil, o modelo de Frias e Medeiros, na ausência de informações mais detalhadas, não parece ser completamente adequado para descrever os padrões de mortalidade de subpopulações. As diferentes regiões do Brasil provavelmente se encontram em diferentes estágios de desenvolvimento e vivenciando processos de mudanças que podem determinar padrões de mortalidade específicos por idade. Estas limitações sugerem que se faça uma ampla reavaliação do Modelo Brasil, quanto à sua abrangência, eficácia e adequabilidade, já que se trata de uma tentativa válida de reproduzir o padrão de mortalidade brasileiro.

#### Os modelos de tábuas de vida relacionais

##### *O sistema de tábuas de vida de dois parâmetros de Brass*

Uma alternativa aos sistemas precedentes para construção de modelos de tábuas de vida foi introduzida por Brass (1971). O procedimento consiste em selecionar uma função de sobrevivência padrão, de modo a permitir gerar um conjunto de tábuas de vida através de uma transformação linear dos logitos da função de sobrevivência padrão. Dois padrões (aplicáveis para ambos os sexos) foram desenvolvidos por Brass. Um deles é baseado nas tábuas das Nações Unidas (o Modelo Geral) e o outro propõe-se a refletir os padrões de mortalidade abaixo dos dez anos de idade da África Tropical. Os dois padrões são idênticos depois dos dez anos de idade. No Padrão Africano, a mortalidade na infância é mais alta em relação à mortalidade infantil do que no Modelo Geral. Na Tabela 4 encontra-se a função de sobrevivência do padrão geral.

Para derivar um modelo de tábuas de vida a partir de um padrão, os logitos passam por uma transformação linear antes de se transformarem outra vez em

funções de sobrevivência. Isto é, a função logito é definida por:

$$Y(x) = \alpha + \beta \cdot Y_s(x)$$

Os valores  $\alpha$  e  $\beta$  definem os parâmetros do modelo;  $Y(x)$  e  $Y_s(x)$  denotam, respectivamente, os logitos do modelo  $l(x)$  e o padrão de valores de sobrevivência  $l_s(x)$ . O logito de um conjunto de valores de sobrevivência é definido por:

$$Y(x) = \text{logito}[l(x)] = 0,5 \cdot \log_e \left\{ \frac{1 - l(x)}{l(x)} \right\}$$

e a transformação inversa é

$$l(x) = \frac{1}{1 + \exp[2 \cdot Y(x)]}$$

O parâmetro  $\alpha$  (intercepto) é uma medida do nível da mortalidade. Mudanças neste parâmetro variam a curva verticalmente. O parâmetro  $\beta$  (ângulo) representa a relação entre a mortalidade na infância e a mortalidade adulta (Gráfico 1). Um intervalo de valores para  $\alpha$  é cerca de 0,8 a -1,5. Quando  $\alpha = 0$  e  $\beta = 1,0$ , então as tábuas de vida geradas são idênticas às do padrão. Estes valores neutros produzem uma esperança de vida ao nascer na metade dos anos 40. Um valor positivo (alto) e negativo (baixo) de  $\alpha$  produz um modelo com, respectivamente, alta e baixa mortalidade relativa ao padrão.

Para  $\beta$ , um intervalo razoável de valores é cerca de 0,6 a 1,4. Um valor baixo produz um modelo com alta mortalidade infantil e na infância e baixa mortalidade adulta relativa ao padrão. A situação oposta é produzida por um alto valor de  $\beta$ , o modelo tendo baixa mortalidade infantil e na infância e alta mortalidade adulta relativa ao padrão. De fato, alterando  $\beta$  pivota a curva de mortalidade em torno da idade de 51 anos, desde que no padrão  $l_{51} = 0,5$ , o qual implica  $Y_s(51) = 0,0$ . Variando  $\beta$  e mantendo  $\alpha$  fixo, gera-

se uma subfamília de curvas de sobrevivências.

O maior problema com o uso do sistema logito é encontrar um modelo de tábuas de vida que se ajuste bem aos dados observados nas idades extremas. Não existe uma maneira sistemática de escolher um padrão especial.

Baseado em Ledermann e Breas (1959), que sugeriram a necessidade de incluir fatores adicionais para explicar as discrepâncias observadas nas idades extremas, dois parâmetros adicionais foram incorporados no sistema logito. Até agora dois sistemas de quatro parâmetros foram propostos, mas os métodos de parametrização são bastante diferentes.

#### *O sistema de quatro parâmetros de Zaba (1979)*

Brass recomendou uma extensão do sistema do modelo logito, que foi desenvolvida por Zaba (a partir do Modelo Geral de Brass), e dois padrões adicionais de desvios dos padrões básicos. Estes foram derivados de funções relacionadas com a assimetria e curtose da distribuição de sobrevivência  $l(x)$  e foram chamados de  $k(x)$  e  $t(x)$ .

Os dois fatores multiplicativos,  $\chi$  e  $\psi$ , combinados com as duas séries de desvios do padrão  $l(x)$ , transformam o sistema logito em um sistema-modelo de quatro parâmetros quando combinados com as transformações logitos de  $\alpha$  e  $\beta$ . Desta maneira, um novo padrão  $l_n(x)$  pôde ser encontrado, de modo que

$$l_n(x) = l_s(x) + \psi k(x) + \chi t(x)$$

Então, o modelo se torna

$$Y(x) = \alpha + \beta_{\logit[l_n(x)]}$$

Os efeitos de  $\alpha$  e de  $\beta$  são os mesmos que os no sistema logito de dois parâmetros de Brass (Gráfico 1). As funções  $k(x)$  e  $t(x)$  alteram as formas das

curvas padrões nas idades jovens e adultas. O efeito dos desvios de  $k(x)$  (controlados por  $\psi$ ) fará com que haja um torção na curva de mortalidade do Modelo Geral na mesma direção, tanto para os jovens como para os adultos. O efeito do desvio de  $t(x)$  (controlado por  $\chi$ ) fará com que a curva torça o padrão de mortalidade na direção oposta nas extremidades da distribuição de idades.

O fato de que os dois parâmetros adicionais interagem e, desta forma, não têm interpretações separadas é um problema do modelo. Uma outra desvantagem é que estes parâmetros realmente têm algum efeito significativo nas idades intermediárias, bem como nas idades extremas.

Uma desvantagem prática do modelo é que ele requer estimativas de sobrevivência para seis idades específicas. O terceiro e o quarto parâmetros não podem ser estimados usando o procedimento simplificado de Zaba se os valores da função de sobrevivência das tábuas de vida observadas  $l(1)$ ,  $l(25)$ ,  $l(50)$ ,  $l(55)$ ,  $l(65)$  e  $l(75)$  não são conhecidos. O problema teórico das interações pôde ser superado no outro sistema de quatro parâmetros, descrito a seguir.

#### *O sistema de quatro parâmetros de Ewbank-Stoto-Gomez (1983)*

Uma nova extensão do sistema relacional de modelos de tábuas de vida foi proposta por Ewbank *et al.* (1983). Usando o método de regressão linear, os autores desenvolveram um modelo de quatro parâmetros no qual o terceiro e o quarto parâmetros atuam independentemente nas idades jovens e adultas, respectivamente. Neste modelo, se  $l_s(x)$  é um conjunto de valores de sobrevivência para a idade  $x$  de qualquer padrão escolhido e  $\kappa$  e  $\lambda$  são os parâmetros extras, o modelo é definido por

$$Y(x) = \alpha + \beta T[l_s(x); \kappa, \lambda]$$

onde

$$T[l_s(x); \kappa, \lambda] = \begin{cases} \frac{\left[ \frac{l_s(x)}{1-l_s(x)} \right]^\kappa - 1}{2\kappa} & \text{quando } l_s(x) \geq 0,5 \\ 1 - \frac{\left[ \frac{1-l_s(x)}{l_s(x)} \right]^\lambda}{2\lambda} & \text{quando } l_s(x) < 0,5 \end{cases}$$

Este modelo converge para o modelo logito quando  $\kappa = \lambda = 0$ . Ewbank *et al.* usam um novo padrão de tábuas de vida (Tabela 4), o qual é idêntico ao Modelo Geral e ao Padrão Africano de Brass acima da idade dos 15 anos; abaixo desta idade, porém, os valores de  $l(x)$  se

situam entre os dois padrões. Os valores nas idades 1 e 10 anos são relativamente mais altos, mas eles ficam abaixo do Modelo Geral e do Padrão Africano nas idades de 2 a 5 anos.

Os quatro parâmetros do modelo são  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\kappa$  e  $\lambda$ . Os efeitos de  $\alpha$  e  $\beta$  são os mesmos que os no sistema logito de Brass, mostrados no Gráfico 1. Uma vez que  $\kappa$  é usado somente na transformação para valores de  $l_s(x)$  maiores que ou igual a 0,5, ele afeta apenas a mortalidade abaixo da idade de 51 anos. Do mesmo modo,  $\lambda$  só afeta as idades acima de 50 anos (Gráfico 1).

Aumentando  $\kappa$ , diminui a mortalidade na infância e idades juvenis relativamente ao padrão ( $\kappa$  determina o relacionamento entre a mortalidade jovem,

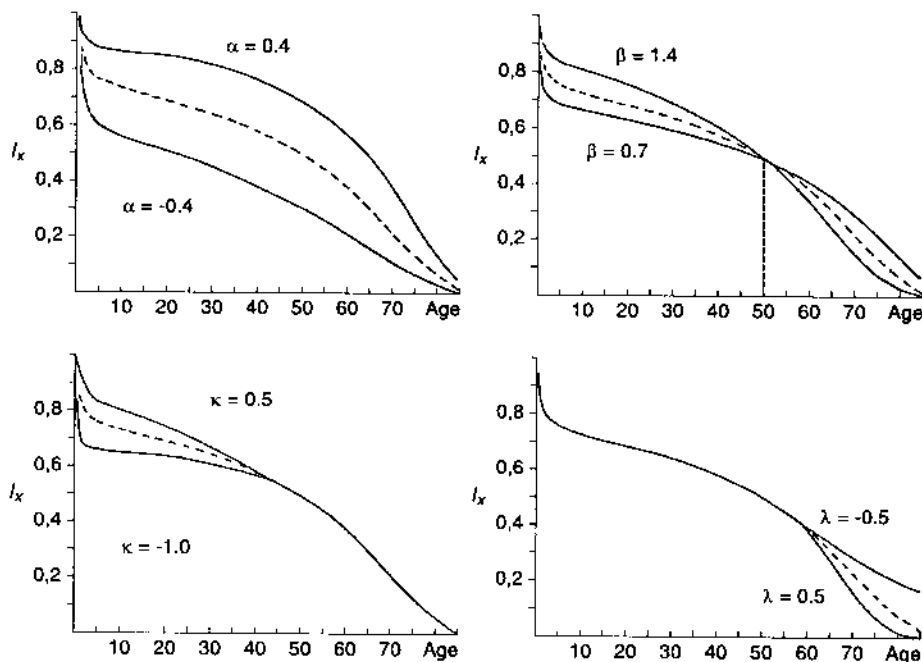
**Tabela 4**  
Valores de sobrevivência do Modelo Geral de Brass, do Modelo Modificado de Ewbank *et al.* e do Modelo Adaptativo Brasil

Idade (x)	Modelo Geral de Brass	Modelo Modificado de Ewbank	Modelo Adaptativo Brasil
0	1,0000	1,0000	1,0000
1	0,8499	0,8420	0,8419
2	0,8070	0,8083	0,7811
3	0,7876	0,7911	0,7738
4	0,7692	0,7800	0,7663
5	0,7691	0,7721	0,7593
10	0,7502	0,7488	0,7510
15		0,7362	0,7449
20		0,7130	0,7340
25		0,6826	0,7169
30		0,6525	0,6943
35		0,6223	0,6643
40		0,5090	0,6269
45		0,5534	0,5853
50		0,5106	0,5384
55		0,4590	0,4867
60		0,3965	0,4234
65		0,3221	0,3468
70		0,2380	0,2597
75		0,1521	0,1670
80		0,0776	0,0859
85		0,0281	0,0313
90		0,0060	-
95		0,0006	-

FONTE: Ewbank *et al.* (1983) e Paes (1993).



**Gráfico 1**  
Efeito dos quatro parâmetros do modelo de Ewbank *et al.* sobre a função de sobrevivência (a menos que seja estabelecido,  $\beta = 1,0$  e  $\alpha = \kappa = \lambda = 0$ )



FONTE: Reproduzido de Ewbank *et al.* (1983).

adulta e na infância), ao passo que, aumentando  $\lambda$ , aumenta a mortalidade nas idades mais velhas. O procedimento de ajustamento deste sistema não requer dados para nenhuma idade em particular, mas supõe um conhecimento preciso de dados nas faixas infantil, adulta e idosa.

Para testar este modelo, Ewbank usou 62 tábuas de vida, incluindo tábuas da América Latina. Uma comparação desses ajustes usando este modelo em termos do EMQ (Erro Médio Quadrático) foi feita com os resultados obtidos quando da aplicação do modelo de Zaba. A comparação demonstrou que o sistema de Ewbank produziu menores EQM para  $Y(x)$  e  $l(x)$  do que os resultados usando o modelo de Zaba.

#### *Alguns usos dos sistemas de quatro parâmetros*

Os sistemas logitos de quatro parâmetros descritos acima podem ser aplicados para qualquer padrão de mortalidade sempre que se requer variações flexíveis do padrão. O espectro de utilização dos modelos de tábuas de vida para ajustar dados observados é muito amplo: suavização, interpolação, projeção e modelagem.

Os modelos de quatro parâmetros, além de se constituírem em um recurso para explorar a composição das famílias de tábuas de vida, também fornecem refinamentos de típicos padrões de mortalidade. Eles podem ser usados para categorizar conjuntos de tábuas de vida, per-

mitindo examinar detalhadas diferenças entre séries regionais e históricas referentes à mesma população.

O ajustamento desses sistemas para dados observados ou tábuas de vida, contudo, pressupõe um conhecimento detalhado do padrão de mortalidade, particularmente para as idades extremas. Seu uso não é justificado se nada é conhecido acerca da mortalidade na infância ou nas idades mais velhas. Mas, em certas aplicações, dado o valor de um dos parâmetros, o(s) outro(s) pode(m) ser determinado(s) ou eliminado(s). Por exemplo, se o padrão de mortalidade é identificado, esta informação pode ser usada para reduzir o modelo a uma forma mais simples, de dois ou três parâmetros. Uma maneira de estabelecer o relacionamento entre os níveis e padrões é mediante a investigação das inter-relações entre os parâmetros. Trabalho exploratório neste sentido, para dados do Brasil, é apresentado a seguir.

#### Os modelos desenvolvidos por Paes (1993)

Historicamente, a aplicação de um modelo de tábuas de vida adequado para o Brasil tem sido uma questão de adivinhação, particularmente para os estados. Não existe um consenso para determinar qual modelo de tábuas de vida é o mais apropriado para as regiões brasileiras. Por exemplo, no trabalho da National Academy of Sciences (1983) foi usada uma combinação dos modelos Oeste e Sul das tábuas de Coale e Demeny; já a FIBGE tem usado o Modelo Brasil.

Procurando avançar na identificação de um modelo padrão adequado para ajustar a experiência de mortalidade dos estados brasileiros e do país como um todo, Paes (1993) desenvolveu dois sistemas de tábuas de vida. O primeiro deles é um sistema de três parâmetros, chamado de Modelo Adaptativo Brasil (MAB), que procura representar o padrão

da mortalidade do Brasil e dos estados, e o segundo é um modelo de dois parâmetros, denominado de SP-2, que procura ajustar dados para o Estado de São Paulo.

O Modelo Adaptativo Brasil foi construído com uma base de dados constituída por 30 tábuas de vida desagregadas por sexo, referentes a oito estados, seis capitais e o país como um todo, basicamente durante o período de 1959 a 1980, conforme mostra a Tabela 5. O modelo padrão (Tabela 4), expresso pela função de sobrevivência  $l(x)$ , consiste em uma adaptação do Modelo Geral de Brass (Tabela 4) e difere dele em termos da forma que a curva adquire abaixo dos 40 anos; depois dessa idade, a diferença reside somente nos níveis e não no padrão etário. A principal característica do MAB é que seu padrão etário mostra baixa mortalidade da idade de cinco anos até as idades jovens-adultas e não exibe um *plateau* tão pronunciado nas idades jovens-adultas. Paes (1993) fornece um conjunto de valores de  $l(x)$  para todos os grupos etários correspondentes a diferentes *kapas*.

Este modelo é usado mediante um novo procedimento desenvolvido por Zaba (Zaba e Paes, 1995), o qual permite que um sistema logito seja ajustado para todos os grupos etários baseado apenas no conhecimento de uma série de taxas específicas de mortalidade adulta. Este modelo requer a determinação de três parâmetros,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\kappa$ , que têm a mesma interpretação dada pelo sistema de Ewbank *et al.* (1983). O que se requer é uma escolha adequada do valor de  $\kappa$ , que permita ajustar as taxas específicas da mortalidade jovem e adulta observadas, procurando compatibilizar as estimativas das taxas de mortalidade infantil geradas pelo modelo com uma estimativa indireta da taxa de mortalidade infantil. Por sua vez, as estimativas dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são obtidas automaticamente pelo procedimento de Zaba (Zaba e Paes, 1995).

O MAB, juntamente com o procedimento de Zaba, foram aplicados para o Brasil e os estados do Rio de Janeiro, Santa Catarina, Minas Gerais, Espírito Santo, Rio Grande do Sul, Goiás e Pernambuco, para 1959 e 1980. As modelagens forneceram estimativas da esperança de vida ao nascer e taxas de mortalidade infantil bastante plausíveis e consistentes com as estimativas oficiais obtidas com o uso de procedimentos distintos. Uma aplicação do MAB para dados mais recentes, de 1991, é encontrada em Paes (1994).

Para a construção do modelo SP-2 tomou-se a série de tábuas de vida observadas para o Estado de São Paulo de 1940 a 1980 (em períodos decenais), cuja qualidade dos dados foi exaustivamente analisada e aprovada por Paes (1993). Assim, foi possível aplicar o siste-

ma de quatro parâmetros de Ewbank *et al.* (1983) para os cinco anos, cujo padrão de variação no tempo permitiu, por sua vez, a identificação de um padrão da mortalidade no estado. A regularidade deste padrão no tempo, expresso pelas relações lineares entre os quatro parâmetros do sistema de Ewbank ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\kappa$  e  $\lambda$ ), possibilitou a redução deste sistema para um mais simplificado, com apenas dois parâmetros. Ou seja, encontrou-se um forte relacionamento entre os parâmetros que governam a mortalidade nas idades dos idosos ( $\lambda$ ) e o padrão da mortalidade ( $\beta$ ) para ambos os sexos. Verificou-se, ainda, um forte relacionamento, para ambos os sexos, entre o parâmetro que governa a mortalidade nas idades jovens ( $\kappa$ ) e o nível da mortalidade ( $\alpha$ ). Deste modo, pôde ser formulado um modelo de tábuas de vida particular para São Paulo, o SP-2,

**Tabela 5**  
**Base de dados usada para a construção do Modelo Adaptativo Brasil: 1940-80**

Capital/Estado	1940	1950	1959	1970	1980
<b>Nordeste</b>					
Maceió				x	x
Salvador				x	x
Pernambuco					x
<b>Centro-Oeste</b>					
Goiás					x
<b>Sudeste</b>					
Belo Horizonte				x	x
Vitória				x	x
Grande Rio				x	
Rio de Janeiro			x		x
Minas Gerais			x		x
Espírito Santo			x		x
São Paulo	x	x	x	x	x
<b>Sul</b>					
Curitiba				x	x
Santa Catarina			x		x
Rio Grande do Sul			x		x
<b>BRASIL</b>			x		x

sem a necessidade de cumprimento das exigências do modelo de Ewbank. Mais detalhes sobre o SP-2 podem ser encontrados em Paes (1993 e 1995).

A principal característica do SP-2 reside no *plateau* formado nas idades entre 15 e 25 anos, ou seja: há uma descida relativamente suave até o ponto mínimo localizado no grupo etário de 10-14 anos e uma subida depois deste ponto. A aplicação deste sistema de dois parâmetros para o período de 1940 a 1980 mostrou uma *performance* quase tão boa quanto os resultados obtidos pelo uso dos quatro parâmetros. Houve uma alta concordância entre as taxas específicas de mortalidade observadas e ajustadas pelo SP-2, representando, consistentemente, a natureza do padrão de mortalidade no tempo para o Estado de São Paulo. Expressando esta *performance* através da esperança de vida ao nascer e da taxa de mortalidade infantil, as estimativas foram bastante similares nos dois sistemas.

Uma vantagem desses dois modelos relacionais é que eles foram construídos a partir da experiência de mortalidade das regiões brasileiras, além de representarem satisfatoriamente o padrão de mortalidade das regiões que serviram de base para sua formulação. No entanto, como todos os modelos que pretendem expressar o comportamento da mortalidade de qualquer região, eles também padecem de limitações, principalmente o Modelo Adaptativo Brasil. Entre elas, pode-se mencionar a reduzida base de dados no tocante à representatividade geográfica e temporal. O modelo reflete uma mortalidade brasileira mais urbana que rural, e mais das regiões Sul e Sudeste. Busca refletir a experiência de mortalidade de um país sujeito a alterações na estrutura etária da mortalidade e a uma diversidade de ritmos e estágios de desenvolvimento.

Como o curso das transformações no "modo de morrer" das populações é inevitável, torna-se extremamente difícil, se não impossível, identificar um único

modelo padrão de mortalidade que acompanhe essas mudanças. Apesar de suas limitações, o MAB é, porém, um modelo alternativo flexível o bastante para adaptar-se a distintos padrões de mortalidade regionais, embora não pretenda ser abrangente o suficiente para representar a mortalidade de todas as populações do país. Muito ainda resta a ser feito. É necessário, por exemplo, testar estes modelos para dados mais atualizados e para regiões brasileiras ainda não testadas. No entanto, eles abrem um caminho alternativo para explorações sobre a qualidade dos registros de óbitos no Brasil e melhorias na construção de modelos de tábuas de vida.

### Discussão

Como foi observado por Ledermann e Breas (1959), citados no início deste artigo, todos os modelos clássicos procuraram reproduzir ao menos uma das características mencionadas. O modelo das Nações Unidas, de 1955, somente possibilita ao usuário a escolha do nível da mortalidade. Os modelos de Coale e Demeny e o mais recente das Nações Unidas são mais flexíveis, permitindo ao usuário escolher dentre famílias de tábuas de vida que refletem diferentes padrões de mortalidade para as regiões em desenvolvimento. O sistema logito de dois parâmetros, por sua vez, avança um passo ao dar maior flexibilidade sobre a escolha dos padrões. Os dois sistemas de quatro parâmetros, o de Zaba e o de Ewbank *et al.*, possibilitam ainda maior flexibilidade que os demais, por levarem em conta o terceiro e o quarto parâmetros observados por Ledermann e Breas.

Como observa Newell (1988), a simples existência dos modelos padrões de mortalidade não é suficiente para permitir uma escolha acertada por parte do usuário. A opção por um deles não é tarefa fácil. Não existem regras especifi-

cas e claras que facilitem uma decisão. Newell acha que não é possível dizer, por exemplo, que o melhor modelo é o que produz melhores ajustamentos. O modelo que ajuste melhor deve sempre ser aquele mais flexível, um dos sistemas de quatro parâmetros, os quais, certamente, não podem ter uma *performance* de ajuste pior do que a dos sistemas de dois parâmetros. Mas, a flexibilidade não é sempre o que se deseja, acentua Newell.

Uma regra geral é utilizar o modelo que seja flexível o suficiente para permitir expressar as reais características da curva de mortalidade, mas que não seja afetado pelos erros nos dados. Assim sendo, se os dados disponíveis são de má qualidade e não se conhece o verdadeiro padrão da mortalidade da região de estudo, ou mesmo não se conhece nenhuma

característica do padrão, como a mortalidade infantil ou a mortalidade dos idosos, então recomenda-se usar um modelo mais rígido. Entretanto, se os dados são razoavelmente bons ou se se conhece mais sobre o comportamento das extremidades da curva, por exemplo, então pode-se recorrer a um modelo mais flexível. Importante recurso a ser utilizado em ambas as situações é a comparação com regiões em que se tem elementos para acreditar que há semelhanças no padrão etário da mortalidade. Toda e qualquer informação pode ser útil no momento da escolha do modelo a ser adotado. E estes dilemas são certamente o caso dos dados brasileiros, enquanto ainda se conviver com o relativo descaso com que as estatísticas vitais são tratadas neste país.

#### Referências bibliográficas

- BRASS, W. *On the escale of mortality. Biological aspects of Demography*. Londres, editado por William Brass, Taylor e Francis, 1971.
- BRASS, W. *Methods for estimating fertility and mortality from limited and defective data*. Chapel Hill, International Program of Laboratories for Population Statistics, Occasional Publication, 1975.
- COALE, A.J. e DEMENY, P. *Regional model life tables and stable population*. New Jersey, Princeton University Press, 1966.
- EWBANK, D.C.; LEON, J.C.G. e STOTO, M.A. "A reducible four-parameter system of model life tables". *Population Studies*, Nova York, United Nations, n. 37, 1983, pp. 105-127.
- FERREIRA, C.E.C. Algumas observações sobre a influência da seleção do padrão de mortalidade nas estimativas indiretas do fenômeno. Trabalho apresentado no Encontro Metodológico da ABEP, Embú-São Paulo, 1987.
- FIBGE – Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. "Utilização das tábuas de vida modelo para se estimar a vida média do Brasil". *Revista Brasileira de Estatística*, Rio de Janeiro, 35(137), 1974, pp. 29-34.
- FRIAS, L.A.M. e RODRIGUES, P. "Brasil: tábuas-modelo de mortalidade e populações estáveis". *Estudos e Pesquisas*, Rio de Janeiro, FIBGE, vol. 10, 1981.
- LEDERMANN, S. "Nouvelles tables-types de mortalité". *Travaux et Documents*, Paris, I.N.E.D., n. 53, 1969.
- LEDERMANN, S. e BREAS, J. "Les dimensions de la mortalité". *Population*, Paris, n. 14, 1959, pp. 637-82.
- NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES. *Levels and recent trends in fertility and mortality in Brazil*. Washington, D.C., National Academy of Sciences Press, Committee on Population and Demography, 1983.
- NEWELL, C. *Methods and models in Demography*. Londres, Belhaven Press, 1988.
- OECD – Organization for Economic Cooperation and Development. *Mortality in developing countries*, Tome III: New model life

tables for use in developing countries. Paris, OECD, 1980.

PAES, N.A. *Model life table representation for Brazilian mortality*. PhD. Thesis, Faculty of Medicine, London School of Hygiene and Tropical Medicine, University of London, 1993.

\_\_\_\_\_. "Uso de dois novos modelos de tábuas de vida representativos da mortalidade brasileira à luz dos resultados preliminares do Censo 1991". *Anais do XIX Encontro Nacional de Estudos Populacionais*, ABEP, vol. 1, 1994, pp. 175-95.

\_\_\_\_\_. "Geração de um modelo de tábuas de vida representativo da mortalidade do Estado de São Paulo". *Revista Brasileira de Estudos de População*, Campinas, ABEP, vol. 12, ns. 1-2, jan.-dez., 1995.

SAWYER, D. e CASTILHA, F.M. Dados, medidas e técnicas indiretas de estimação de mortalidade. Trabalho apresentado no Encontro Metodológico da ABEP, Embú-São Paulo, 1987.

UNITED NATIONS. "Age and sex patterns of mortality: model life tables for underdeveloped countries". *Population Studies*, Nova York, United Nations, n. 22, 1955.

\_\_\_\_\_. "Model life tables for developing countries". *Population Studies*, Nova York, United Nations, n. 77, 1982.

ZABA, B. "The four-parameter logit life table system". *Population Studies*, Nova York, United Nations, n. 33, 1979, pp. 79-100.

ZABA, B. e PAES, N.A. "An alternative procedure for fitting relational model life tables". *Revista GENUS*, Roma, vol. LI, ns. 1-2, 1995.

**RESUMO - Representação de modelos padrões de mortalidade.** *O artigo faz uma revisão bibliográfica dos modelos de tábuas de vida clássicos na literatura demográfica, ressaltando suas características, limitações e funcionalidade para construir tábuas de vida completas. Apresenta uma abordagem crítica com relação ao Modelo Brasil de tábuas de vida e sobre dois novos modelos propostos com base na experiência de mortalidade brasileira.*

**ABSTRACT - Model representation of the mortality patterns.** *In this study a bibliographic review of the classical model life tables in the demographic literature is done, calling the attention to the characteristics and limitations of using such models for constructing complete life tables. A critical review with relation to the "Brazil Model" of life tables and two new models proposed based in the Brazilian experience of mortality is done.*

(Recebido para publicação em julho de 1996).